

401a

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)**

УТВЕРЖДАЮ


М.А. Червонный
декан ФМФ

« 30 » августа 2012 г.
* ИИПТУ

ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДП.01.2 «ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»

Направление: **050200.62 Физико-математическое образование**
Профессионально-образовательный профиль: **Математика**
Степень (квалификация) выпускника -
«Бакалавр физико-математического образования (математика)»

Пояснительная записка

Настоящая программа по дисциплине «Теория чисел» составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению: 05020.62 - Физико-математическое образование, профессионально-образовательный профиль «Математика» и учебного плана, утвержденного Ученым Советом ТГПУ.

Программа по курсу «Теория чисел» рассчитана на 140 часов, из которых 108 часов отводится для аудиторных занятий со студентами.

Изложение курса построено в соответствии с логикой предмета. В конце семестра итоговый контроль осуществляется в форме экзамена.

1. Цель дисциплины:

Формирование у студентов представления о теории чисел и ее месте в современной математике, знакомство студентов с основными понятиями и спецификой теории чисел, а также с построением числовых систем, возможностями использования элементов данной дисциплины в процессе изучения школьного курса математики и на факультативных занятиях.

2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины:

1. Изложение разделов курса теории чисел в их логической связи и взаимодействии.
2. Характеристика исторического развития основных понятий и методов теории чисел.

3. Объем дисциплины и виды учебной работы:

Вид учебной работы	Всего	Семестр 5	Семестр 6
Общая трудоемкость дисциплины	140	92	48
Аудиторные занятия	108	72	36
Лекции	54	36	18
Практические занятия (ПЗ)	54	36	18
Семинары (С)	-	-	
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	
И (или) др виды аудиторных	-	-	
Самостоятельная работа	32	20	12
Курсовая работа	-	-	
Расчетно-графические работы	-	-	
Реферат	-	-	
И (или) др. виды занятий	-	-	
Вид итогового контроля (экзамен)		экзамен	экзамен

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (Тематический план)

№	Тема	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа
5 семестр				
1	Теория делимости в кольце Z .	16	4	4
2	Элементы Теории сравнений. Алгебраические системы на Z_m . Арифметические приложения.	8	12	4
3	Сравнения и системы сравнений с одним неизвестным.	8	12	4
4	Первообразные корни и индексы. Двучленные сравнения по простому модулю.	2	4	4
5	Цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.	2	4	4
	Итого	36	36	20
6 семестр				
1	Аксиоматическая теория натуральных чисел	4	4	2
2	Аксиоматическая теория целых чисел	2	2	2
3	Аксиоматическая теория рациональных чисел	4	4	2
4	Аксиоматическая теория действительного числа	4	4	2
5	Аксиоматическая теория комплексного числа	4	4	4
	Итого	18	18	12

4.2. Содержание разделов дисциплины

5 семестр

1. Теория делимости в кольце Z .

Отношение делимости нацело и с остатком. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида и следствия из него. НОД. Взаимно простые числа. Теорема об общем решении $ax+by=c$. НОК. Простые и составные числа, некоторые свойства. Основная теорема арифметики и следствия из нее. Соответствующие числовые функции. О распределении простых чисел. Неравенства Чебышева для $\Pi(x)$. Пифагоровы тройки.

2. Элементы теории сравнений. Алгебраические системы на Z_m . Арифметические приложения.

Отношения сравнимости по $\text{mod } m$ на Z и его свойства. Построение кольца Z_m . Критерий обратимости классов вычетов. Поле Z_p . Полная и приведенная системы вычетов. Функция Эйлера и ее свойства. Теоремы Эйлера и Ферма. Признаки делимости.

3. Сравнения и системы сравнений с одним неизвестным.

Степень и корень сравнения. Исследование сравнений первой степени. Теорема о количестве корней сравнения n -ой степени в Z_p . Теорема Вильсона. Сравнения по степени простого числа. Теорема о редукции сравнения по составному модулю к системе сравнений по степеням простых чисел.

4. Первообразные корни и индексы. Двучленные сравнения по простому модулю.

Мультипликативная группа Z_m^* и ее порядок. Показатели чисел и классов как порядки некоторых элементов Z_m^* . Число классов с заданным показателем для простого модуля. Циклическая группа Z_p^* . Первообразные корни для простого модуля. Индексы по

простому модулю и их свойства. Теорема об изоморфизме групп Z_p^* и Z_{p-1} . Двучленные сравнения по простому модулю .

5. *Цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями.*

Конечны и бесконечны цепные дроби. Существование и единственность значения цепной дроби. Основные свойства подходящих дробей для конечных цепных дробей. Приближения действительных чисел подходящими дробями. Теорема

6 семестр

Тема 1. Аксиоматическая теория натурального числа.

Алгебраические системы с одной и двумя бинарными операциями. Гомоморфизм и изоморфизм. Принцип расширения. Формулировка аксиоматической теории натурального числа. Построение полукольца на множестве \mathbf{N} . Введение порядка на \mathbf{N} и его свойства. Независимость аксиоматики Пеано. Метод математической индукции.

Тема 2. Аксиоматическая теория целого числа.

Формулировка аксиоматической теории целого числа. Свойства кольца целых чисел. Свойства аксиоматической теории \mathbf{Z} .

Тема 3. Аксиоматическая теория рационального числа.

Формулировка аксиоматической теории рационального числа. Свойства поля \mathbf{Q} . Представление рациональных чисел десятичными дробями. Свойства аксиоматической теории \mathbf{Q} .

Тема 4. Различные системы модели \mathbf{R} .

Различные подходы к определению системы действительного числа. Построение моделей \mathbf{R} по Дедекинду, Кантору и Вейерштрассу. Формулировка аксиоматической теории \mathbf{R} . Свойства аксиоматической теории \mathbf{R} .

Тема 5. Аксиоматическая теория комплексного числа.

Формулировка аксиоматической теории комплексного числа. Свойства поля \mathbf{C} . О порядках на \mathbf{C} . Модель \mathbf{C} . Теорема Фробениуса. Тело кватернионов.

5. Лабораторный практикум

Не предусмотрен.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1. Рекомендуемая литература

а) основная литература:

1. Бухштаб, А.А.. Теория чисел [Текст]: учебное пособие для вузов/А. А. Бухштаб.- Изд. 3-е, стереотип.-СПб. [и др.]:Лань,2008.-383.
2. Ларин, С. В. Числовые системы: Учебное пособие/С. В. Ларин.-М.:Академия, 2001.-157.
3. Шнеперман, Л. Б.. Сборник задач по алгебре и теории чисел [Текст]: учебное пособие для вузов/Л. Б. Шнеперман.-Изд. 3-е, стереотип.-СПб. [и др.]:Лань,2008.-222

б) дополнительная литература:

1. Айерлэнд, Р. Классическое введение в современную теорию чисел / Р. Айерлэнд. – М.: Мир, 1987. – 416с.

2. Арнольд, И.В. Издательство: М., Учпедгиз, 1938. – 481.
<http://www.knigafund.ru/books/4407>
3. Куликов, Л.Я. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л.Я. Куликов. – М.: Просвещение, 1993 -288с.
4. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел: учебное пособие. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2011 – 191 с. <http://www.knigafund.ru/books/112551>
5. Смолин, Ю.Н. Издательство: Флинта; Наука, 2009. – 111.
<http://www.knigafund.ru/books/57915>

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины

Методические указания, разработки, пособия.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Не предусмотрено

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

8.1 Методические рекомендации для преподавателя.

Предлагаемый курс “Теория чисел”, как правило, вызывает большой интерес у студентов. С одной стороны, он использует сведения из школьной математики, постановка многих задач также доступна школьнику, а для их решения требуются знания, полученные уже в университете. Лекции по теории чисел опираются на вводный курс математики, теорию алгебраических систем и теорию многочленов. На практических занятиях можно использовать олимпиадные задачи. По курсу теории чисел можно предложить различные темы для курсовых и дипломных работ.

8.2 Методические рекомендации для студентов.

В настоящее время теория чисел - одна из самых развитых математических дисциплин, связанная со многими областями математики.

Будущий учитель найдёт в ней богатый материал для своей работы.

Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы.

1. Теорема о цикличности мультипликативной группы поля Z_p .
2. Свойства индексов по простому модулю.
3. Двучленные сравнения по простому модулю.
4. Арифметические приложения теории сравнений.
5. Свойства подходящих дробей для конечных цепных дробей.

8.3. Перечень вопросов к экзамену.

1. Теорема о делении с остатком в кольце Z .
2. Алгоритм Евклида и следствия из него.
3. Теорема о существовании и свойствах НОД.
4. Взаимно простые числа и их свойства.
5. Основная теорема арифметики и следствия из нее.

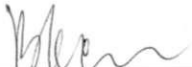
6. Теорема о бесконечности множества простых чисел. Теорема об интервалах.
7. Критерий пифагоровых троек.
8. Отношения сравнения по $\text{mod } m$.
9. Построение кольца Z_m и поля Z_p .
10. Свойства мультипликативности функции Эйлера.
11. Теоремы Эйлера и Ферма.
12. Решение сравнений 1-ой степени с одним неизвестным.
13. Теорема и цикличности мультипликативной группы поля Z_p . Первообразные корни по простому модулю.
14. Индексы по простому модулю и их свойства.
15. Существование и единственность значения цепной дроби.
16. Основные свойства подходящих дробей для конечных цепных дробей.
17. Теорема об общем решении уравнения $ax+by=c$. Методы нахождения частного решения.

6 семестр

1. Сложение натуральных чисел. Свойства. Теорема.
2. Умножение натуральных чисел. Свойства. Теорема.
3. Деление и вычитание натуральных чисел.
4. Теорема о коммутативности сложения и умножения любого количества натуральных чисел.
5. Требования к системе аксиом.
6. Отношение сравнения на множестве натуральных чисел. Теорема о монотонности, обратная теорема.
7. Аксиома Архимеда. Теорема о «соседних» числах на множестве натуральных чисел.
8. Теорема о кольце классов упорядоченных пар натуральных чисел.
9. Теорема об изоморфизме классов пар натуральных чисел.
10. Сравнение на множестве классов упорядоченных пар натуральных чисел.
11. Построение поля рациональных чисел.
12. Теорема об изоморфизме классов пар целых чисел.
13. Теорема о плотности множества рациональных чисел.
14. Теорема о непрерывности множества действительных чисел.
15. Сложение и умножение на множестве действительных чисел.
16. Плотность множества действительных чисел.
17. Лемма о стягивающихся отрезках.
18. Построение поля действительных чисел с помощью десятичных приближений.
19. Поле комплексных чисел. Основные модели.

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению: **050200.62 Физико-математическое образование**


Программу составил:

К. п. н., доцент кафедры математики,
теории и методики обучения математике  В.Н. Кseneва

Программа дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике
протокол № 1 от «30» августа 2012 г.

Зав. кафедрой, профессор  Э.Г. Гельфман

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета
протокол № 5 от «30» августа 2012 года.

Председатель методической комиссии  З.А. Скрипко